

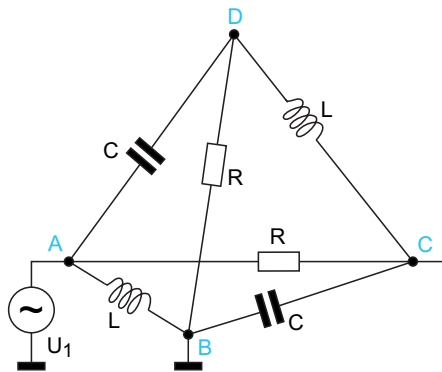
**Pierre Simon
de Laplace**

Symulacja i pomiar czyli LTspice i Analog Discovery 2 w rękach konstruktora (12)

LTspice jako narzędzie przydatne w obliczeniach transmitancji

W tym odcinku musimy nastawić się na sporą dawkę dość złożonych obliczeń i przypomnienie sobie metod rozwiązywania obwodów elektrycznych. Nie wszystkie zagadnienia będą wyjaśnione od podstaw, założeniem jest posiadanie przez Czytelników elementarnej wiedzy z zakresu teorii obwodów. Siadamy więc głęboko w fotelu i zabieramy się do pracy.

Naszym zadaniem będzie obliczenie transmitancji pewnego obwodu elektrycznego o pozornie nieokreślonym przeznaczeniu i wykreślenie jego charakterystyki amplitudowej. Obliczenia tego typu, nawet w przypadku względnie prostych obwodów stają się dość złożone. Łatwo można popełnić błąd, którego wyszukanie zajmie później sporo czasu. Często tak sugerujemy się przy tym własnym wcześniejszym tokiem rozumowania, że nawet wielokrotnie przeprowadzona analiza nie daje żadnego rezultatu. Najprostszą metodą sprawdzenia



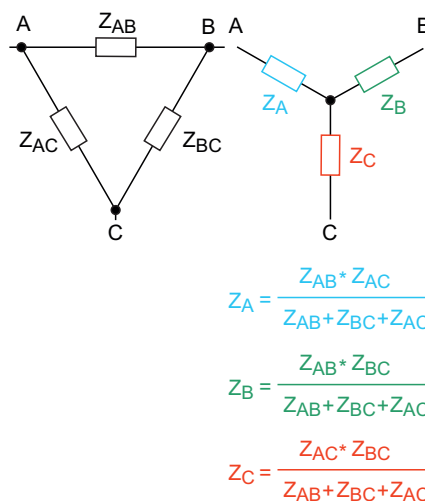
Rysunek 1. Rozpatrywany układ w konfiguracji piramidy

własnych obliczeń i ewentualnej lokalizacji błędów byłoby użycie jakiegoś niezależnego narzędzia. Dzisiaj jest nim oczywiście symulator LTspice. Och! Gdyby takie programy były dostępne w moich studenckich czasach.

Problem

Obwód, którego transmitancję będziemy liczyć nie ma pozornie żadnych własności użytkowych. Nie chodzi o to, by uporać się z jakimś konkretnym zagadnieniem technicznym, lecz o to, by pokazać jedną z wielu metod rozwiązania problemów związanych z teorią obwodów. Mamy więc piramidę zbudowaną z elementów R, L i C pokazaną na rysunku 1. Wszystkie boki tej piramidy mają kształt trójkąta, a każdy z nich zawiera trzy różne elementy. Dla uproszczenia obliczeń przyjmujemy, że elementy poszczególnych typów mają równe wartości, i tak: $R=1 \Omega$, $L=4,5 \mu H$ i $C=100 nF$. Sygnał wejściowy jest doprowadzony do wierzchołka A podstawy piramidy, wyjście jest w wierzchołku C, a wierzchołek B jest dołączony do punktu odniesienia - masy.

Układ jest na pierwszy rzut oka dość nieprzyjemny do obliczeń. Z każdego węzła odchodzą 3 rozgałęzienia, nie da się więc go zwinać prostymi metodami. Obecność trójkątów nasuwa pomysł, aby skorzystać z przekształceń trójkąt-gwiazda. Zasadę tę pokazano na rysunku 2, a na rysunku 3 widoczne są kolejne etapy związania obwodu. No cóż, do uzyskania końcowego obwodu, z którego już bez większego problemu będzie możliwe obliczenie transmitancji wymaga wykonania aż 7 kroków. Gdyby piramida składała się z samych rezystorów



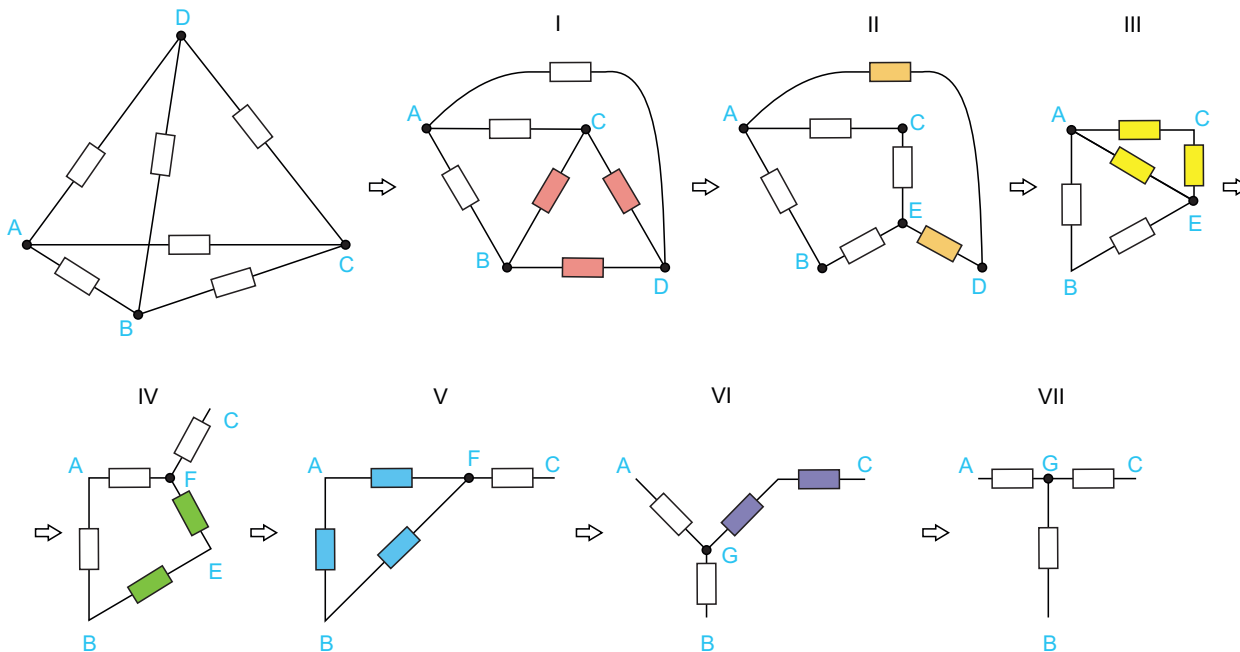
Rysunek 2. Ilustracja zasady przekształcania trójkąt-gwiazda

można by ewentualnie zdecydować się na taką metodę obliczeń, my mamy jednak elementy R, L i C, więc obliczenia znacznie się skomplikują. Zastosujemy więc metodę Thevenina, w której będziemy związać układ wprowadzając źródła zastępcze. W tym celu przerysujemy schemat piramidy nieco inaczej, wydzielając dwa obwody, które będą analizowane niezależnie (rysunek 4). Są one zasilane dwoma źródłami napięciowymi o tym samym napięciu U_1 . Możemy tak postąpić, ponieważ wejściami obwodu górnego i dolnego jest ten sam punkt oznaczony literką A.

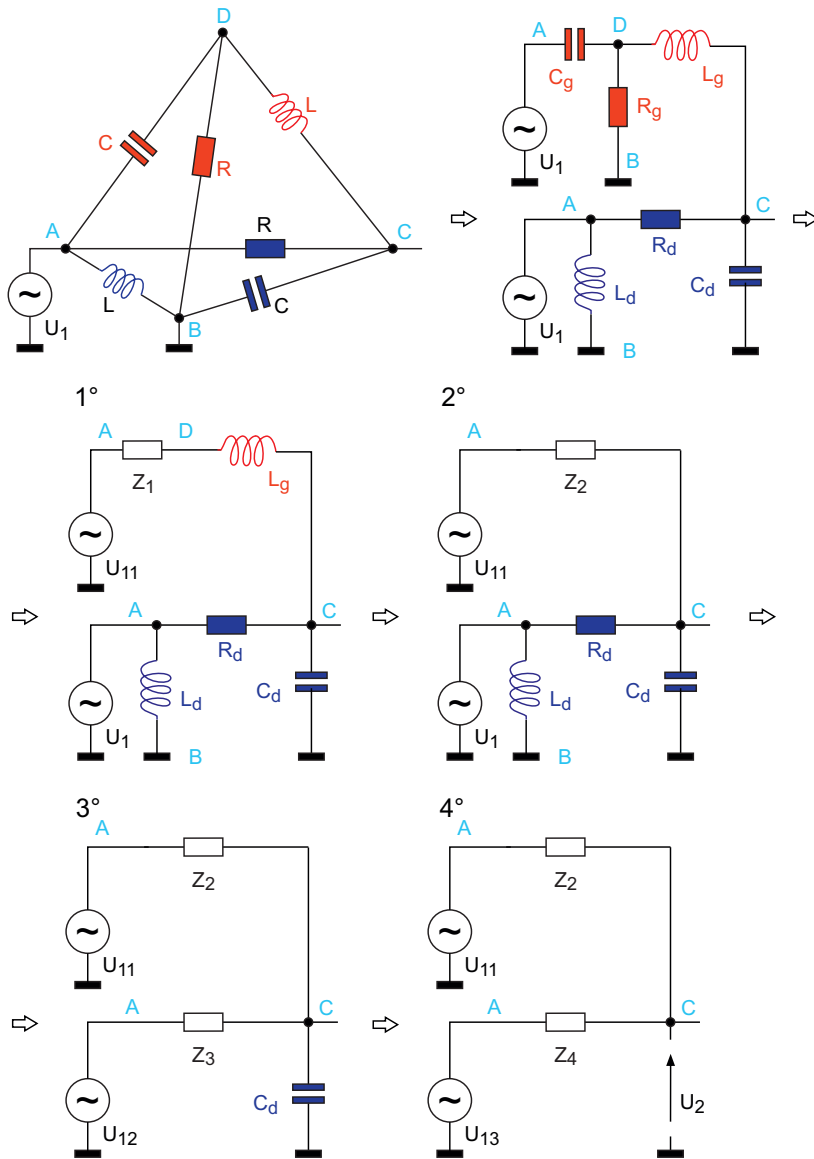
Najpierw rozpatrzmy obwód górny. Utworzymy źródło zastępcze dla U_1 uwzględniające elementy C_g i R_g . Napięcie tego źródła jest równe napięciu jakie występuje na rezystorze R_g . Będzie ono niższe od U_1 , gdyż elementy C_g i R_g tworzą dzielnik napięciowy. Ze względu na to, że w obwodzie występują elementy reaktancyjne, do obliczeń zastosujemy rachunek operatorowy, w którym reaktancja kondensatora jest równa $1/(s \cdot C)$, a reaktancja cewki $s \cdot L$. Napięcie tak utworzonego źródła zastępczego jest więc równe:

$$U_{11} = U_1 \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = U_1 \cdot \frac{sRC}{sRC + 1}$$

Impedancja zastępcza Z_1 źródła jest równa równoległemu połączeniu elementów R_g i C_g :



Rysunek 3. Kolejne etapy związania układu z zastosowaniem przekształcenia trójkąt-gwiazda



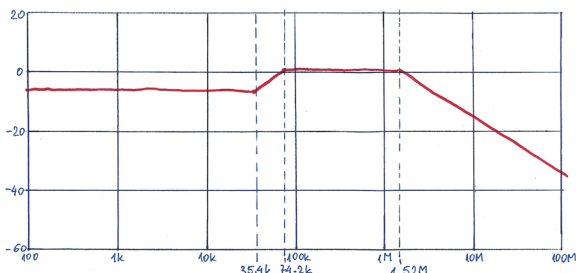
Rysunek 4. Kolejne etapy zwiżania układu z zastosowaniem metody Thevenina

$$Z_1 = \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{R}{sRC + 1}$$

W tym kroku analizujemy tylko górną część obwodu, napięcie w punkcie C jest równe napięciu źródła zastępczego U_{11} . Jego impedancja wewnętrzna natomiast zwiększy się o reaktancję cewki L_g :

$$Z_2 = Z_1 + sL = \frac{R}{sRC + 1} + sL = \frac{R + sL(sRC + 1)}{sRC + 1}$$

$$Z_2 = \frac{s^2RLC + sL + R}{sRC + 1}$$



Rysunek 5. Odreżna charakterystyka amplitudowa badanego układu

W kolejnym kroku (3°) zajmujemy się obwodem dolnym. Utworzymy źródło zastępcze zbudowane z elementów U_1 (dolne), L_d i R_d . W tym przypadku nie ma żadnych dzielników napięciowych, więc napięcie U_{12} jest równe U_1 . Impedancja zastępcza tego źródła jest równa rezystancji R , gdyż idealne źródło U_1 zwiiera cewkę L_d . Mamy więc:

$$U_{12} = U_1$$

$$Z_3 = R$$

Do dalszych obliczeń konieczne jest jeszcze kolejne zwiżenie obwodu dolnego. W kroku 4° tworzymy więc źródło zastępcze składające się z elementów U_{12} , Z_3 i C_d . Napięcie U_{13} jest równe:

$$U_{13} = U_{12} \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{Z_3 + \frac{1}{sC}} = U_{12} \cdot \frac{1}{sZ_3C + 1} = U_1 \cdot \frac{1}{sRC + 1}$$

a impedancja wewnętrzna Z_4 tego źródła jako równoległe połączenie Z_3 i reaktancji kondensatora C_d jest równa:

$$Z_4 = \frac{Z_3 \cdot \frac{1}{sC}}{Z_3 + \frac{1}{sC}} = \frac{Z_3}{sZ_3C + 1} = \frac{R}{sRC + 1}$$

W wyniku przeprowadzonych operacji uzyskaliśmy obwód składający się z dwóch źródeł napięciowych U_{11} i U_{13} oraz dwóch impedancji Z_2 i Z_4 . Napięcie wyjściowe U_2 obliczymy korzystając z zasady superpozycji. W tym celu najpierw zwierymy źródło U_{11} i obliczymy napięcie wyjściowe U_{21} , następnie zwierymy źródło napięciowe U_{13} i obliczymy napięcie U_{22} . Całkowite napięcie wyjściowe będzie równe sumie napięć U_{21} i U_{22} . We wszystkich powyższych wyrażeniach występuje czynnik RC będący stałą czasową obwodu RC . Jest on oznaczany zwykle literką τ , którą zastosujemy w następnym obliczeniu. Są one następujące:

$$U_{21} = U_{13} \cdot \frac{Z_2}{Z_2 + Z_4} = U_1 \cdot \frac{1}{s\tau + 1} \cdot \frac{\frac{s^2RLC + sL + R}{sRC + 1}}{\frac{s^2RLC + sL + R}{sRC + 1} + \frac{R}{s\tau + 1}}$$

$$U_{21} = U_1 \cdot \frac{s^2L\tau + sL + R}{(s\tau + 1)(s^2L\tau + sL + 2R)} = U_1 \cdot \frac{s^2L\tau + sL + R}{s^3L\tau^2 + s^2L\tau + 2sR\tau + s^2L\tau + sL + 2R}$$

$$U_{21} = U_1 \cdot \frac{s^2L\tau + sL + R}{s^3L\tau^2 + 2s^2L\tau + s(2R\tau + L) + 2R}$$

Nie wygląda to najlepiej, ale na razie zostawiamy to wyrażenie w takiej postaci. A teraz liczymy U_{22} :

$$U_{22} = U_{11} \cdot \frac{Z_4}{Z_2 + Z_4} = U_1 \cdot \frac{s\tau}{s\tau + 1} \cdot \frac{\frac{R}{s\tau + 1}}{\frac{R}{s\tau + 1} + \frac{s^2L\tau + sL + R}{s\tau + 1}}$$

$$U_{22} = U_1 \cdot \frac{s\tau R}{(s\tau + 1)(R + s^2L\tau + sL + R)} = U_1 \cdot \frac{s\tau R}{s^3L\tau^2 + s^2L\tau + 2s\tau R + s^2L\tau + sL + 2R}$$

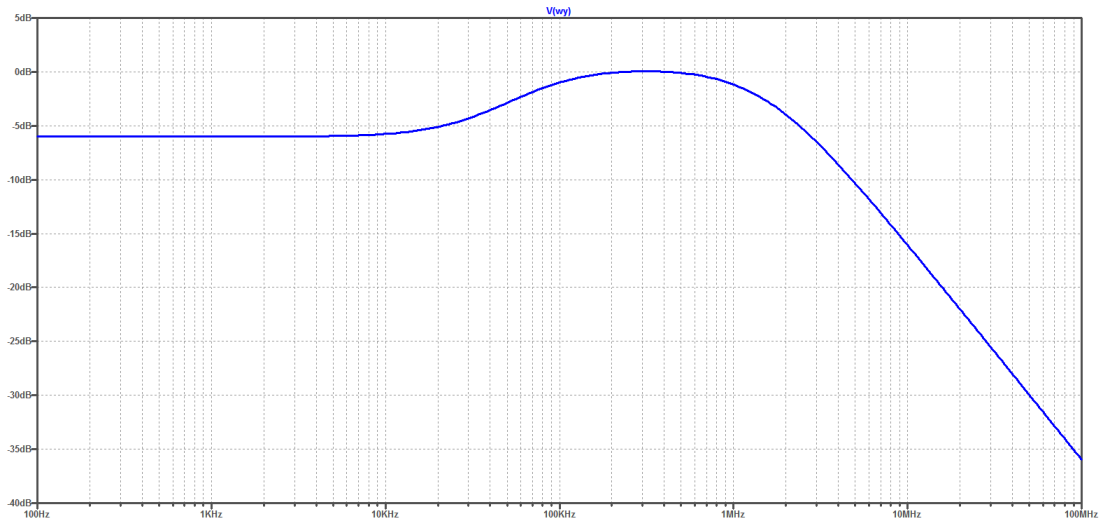
$$U_{22} = U_1 \cdot \frac{s\tau R}{s^3L\tau^2 + 2s^2L\tau + s(2\tau R + L) + 2R}$$

Mamy już dwa składniki, z których obliczamy całkowite napięcie wyjściowe U_2 .

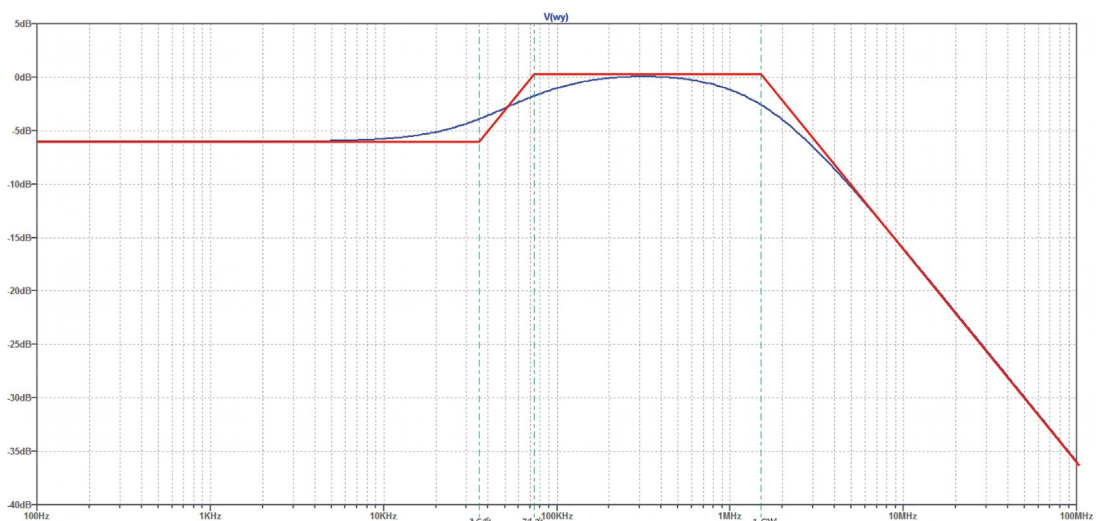
$$U_2 = U_1 \cdot \frac{s^2L\tau + sL + R}{s^3L\tau^2 + 2s^2L\tau + s(2\tau R + L) + 2R} + U_1 \cdot \frac{s\tau R}{s^3L\tau^2 + 2s^2L\tau + s(2\tau R + L) + 2R}$$

$$U_2 = U_1 \cdot \frac{s^2L\tau + sL + R + s\tau R}{s^3L\tau^2 + 2s^2L\tau + s(2\tau R + L) + 2R} = U_1 \cdot \frac{s^2L\tau + s(L + \tau R) + R}{s^3L\tau^2 + 2s^2L\tau + s(2\tau R + L) + 2R}$$

konieczne jest określenie parametru AC=1. Wszystko gotowe – uruchamiamy symulację. Po chwili ukazuje się gotowa charakterystyka amplitudowa i fazowa. Tę ostatnią wyłączamy (rysunek 7). Choć w pierwszej chwili może wydawać się, że charakterystyki nie są jednakowe, to jednak po nałożeniu jednej na drugą okazuje się, że są one poprawne. Różnice wynikają z przyjęcia charakterystyki asymptotycznej dla wykresu odrębnego (rysunek 8). Ponadto bliskość zer i biegunów transmitancji powoduje, że rzeczywista charakterystyka nie zawsze nadąża za asymptotą. Jest to dość dobrze widoczne na odcinku pomiędzy 100 kHz a 1 MHz, w którym wykres asymptotyczny wyraźnie przekracza poziom 0 dB, a rzeczywisty tylko nieznacznie, niemal niezauważenie.



Rysunek 7. Charakterystyka amplitudowa uzyskana w wyniku symulacji w programie LTspice

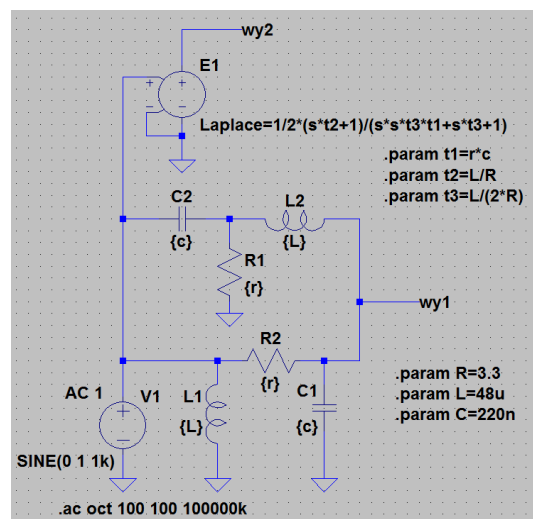


Rysunek 8. Porównanie charakterystyk asymptotycznej i dokładnej

Przekształcenie Laplace'a

Przeprowadzona symulacja potwierdziła, że nasze obliczenia transmitancji były poprawne. Gdyby tak nie było, odrębny wykres sporządzony na jej podstawie różniłby się od wykresu uzyskanego z symulacji. Wyznaczenie zer i biegunów transmitancji pozwala szybko i względnie prosto z grubsza oszacować przebieg charakterystyk częstotliwościowych rozpatrywanego układu. Na wykresach asymptotycznych nie są jednak widoczne łagodne załamania charakterystyk w okolicach zer i biegunów. Nie są też dokładnie widoczne wzajemne oddziaływania sąsiadujących ze sobą zer i biegunów. Aby wykreślić dokładną charakterystykę częstotliwościową należy punkt po punkcie przeliczyć odpowiedź układu na pobudzenie sygnałem sinusoidalnym. Transmitancja jest – można powiedzieć – matematycznym opisem rozpatrywanego układu elektronicznego, i dlatego może być używana do badania odpowiedzi dowolnego układu na dowolny sygnał wymuszający, nawet bardzo złożony. Do badania zachowywania się układów zawierających elementy reaktancyjne (indukcyjności, pojemności) konieczne są obliczenia liniowych równań różniczkowych zwyczajnych, co w szczególnych przypadkach wymaga wiedzy z zakresu matematyki wyższej i nie są to zadania łatwe. Rozwiązywanie takich zagadnień może być znacznie uproszczone przez zastosowanie transformaty Laplace'a – przekształcającej równanie różniczkowe w równanie algebraiczne zawierające operator Laplace'a s. Skorzystaliśmy z tej metody obliczając transmitancję, a teraz pozostaje tylko obliczenie odpowiedzi układu na wymuszenie.

Już sama terminologia matematyczna może budzić strach i przerażenie, ale diabeł nie jest taki straszny jak go malują. Nie będziemy



Rysunek 9. Przygotowanie symulacji z zastosowaniem przekształcenia Laplace'a

na piechotę liczyć żadnych transformacjami czy rozwiązywać równania różniczkowych, zrobi to za nas symulator LTspice. Konieczne będzie jedynie przerysowanie schematu naszej piramidy do takiej postaci, która umożliwi zastosowanie standardowej funkcji matematycznej programu LTspice o nazwie Laplace. Aby móc porównać wyniki rozbudujemy schemat z rysunku 6 o źródło napięciowe sterowane napięciowo (rysunek 9). Jest ono oznaczone w bibliotece LTspice'a literką E. We właściwościach tego

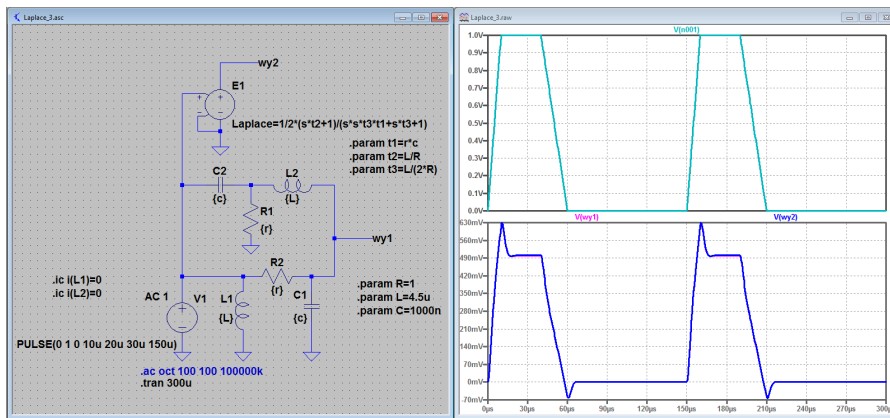
źródła, w polu „Value” wpisujemy wyrażenie odpowiadające transmitancji układu, a więc:

$$\text{Laplace}=1/2*(s*t2+1)/$$

$$(s*s*t3*t1+s*t3+1)$$

Jak widać, występuje w nim operator Laplace'a oraz parametry t1, t2 i t3. Są to stałe czasowe odpowiednio τ , τ_2 i τ_3 z wcześniejszych obliczeń. Wejście sterujące „-” tego źródła jest dołączone do masy, a wejście „+” dołączamy do źródła sygnału wejściowego. Jak widać, do symulacji układu o znanej transmitancji nie są już potrzebne żadne dodatkowe elementy, uruchamiamy więc symulację AC Analysis i wskazujemy wyjście „wy2”.

Na ekranie ukazuje się wykres do złudzenia przypominający ten z poprzedniej symulacji. I w tym przypadku rozpatrujemy wyłączenie charakterystykę napięciową, fazową więc wyłączamy. Aby jednak mieć stuprocentową pewność, że wykresy są identyczne klikamy na wyjście „wy1”, dołączając tym samym przebieg wyjściowy naszej piramidy do wyniku końcowego. Wykresy idealnie nałożyły się na siebie, więc teraz już jesteśmy pewni, że obliczona transmitancja jest poprawna.



Rysunek 10. Odpowiedź układu na pobudzenie impulsowe

Sprawdzenie odpowiedzi na różne wymuszenia

Zgodnie z tym co już było powiedziane, znajomość transmitancji układu pozwala badać jego odpowiedź na różne wymuszenia, nie tylko sinusoidalne. Zobaczymy więc, jak nasza piramida odpowie na przykład na impuls prostokątny o amplitudzie 1 V, czasie narastania 10 μ s, czasie trwania 30 μ s, czasie opadania 20 μ s i okresie powtarzania 150 μ s? W tym celu definiujemy źródło napięcia wejściowego w postaci:

```
PULSE(0 1 0 10u 20u 30u 150u)
```

i uruchamiamy symulację TRAN 300u. Wyniki pokazano na rysunku 10. Na dolnym wykresie nałożono sygnały z wyjścia „wy1” i „wy2”. I w tym przypadku są one identyczne. W symulacji zastosowano dodatkową komendę zapewniającą zerowy prąd w obu indukcyjnościach w chwili początkowej. Są to polecenia:

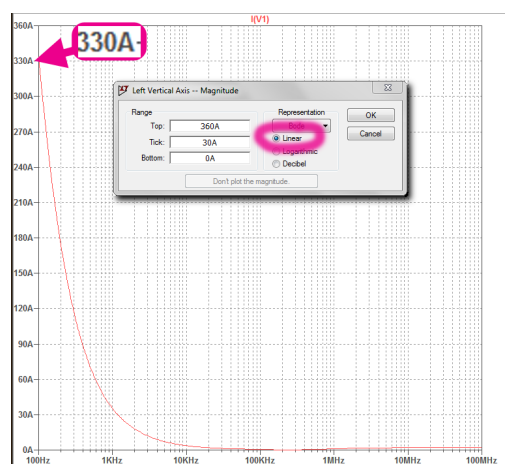
```
.ic i(L1)=0
.ic i(L2)=0
```

Weryfikacja pomiarowa

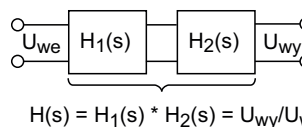
Tu niestety czeka nas przykra niespodzianka. Weryfikacji pomiarowej tym razem nie będzie. Dlaczego? Sprawdźmy, jaki będzie prąd pobierany ze źródła wejściowego w symulacji AC Analysis? Powracamy do schematu pomiarowego z rysunku 9, z tym że zamiast na wyjście klikamy na źródło V1. Uzyskujemy tym samym charakterystykę poboru prądu w funkcji częstotliwości, ale nie interesują nas zmiany względne, tylko wartości bezwzględne. Dlatego zmieniamy skalę pionową wykresu klikając na nią, a następnie wybierając opcję „Linear” (rysunek 11). Wszystko staje się jasne. Dla niskich częstotliwości prąd pobierany ze źródła V1 musiałby mieć natężenie rzędu dziesiątek, a nawet setek amperów (maksimum 330 A). To oczywiście wymagania przekraczające możliwości Analog Discovery 2. No cóż. Musimy się z tym pogodzić, ważne jest natomiast, że mamy świadomość, dlaczego pomiar jest niemożliwy.

Zagrożenia przy symulacjach z użyciem transmitancji

Pojęcie transmitancji jest dość szerokie. W zależności od metod analizy układu, nie tylko zresztą elektronicznego, można wyróżnić



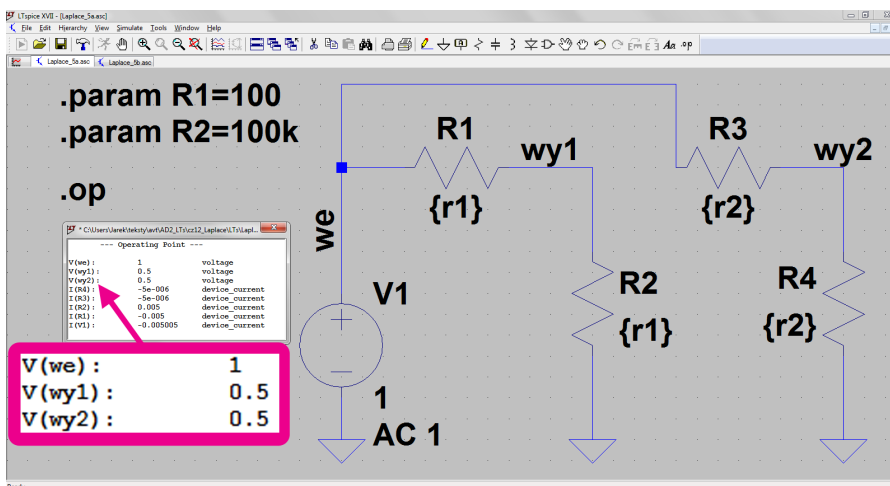
Rysunek 11. Symulowany pomiar prądu pobieranego ze źródła wymuszającego



$$H(s) = H_1(s) * H_2(s) = U_{wy}/U_{we}$$

Rysunek 12. Transmitancja wypadkowa połączenia kaskadowego czwórników

np. transmitancję operatorową czy widmową. Nie wdając się w szczególności przyjmijmy, że jest to funkcja opisująca zależność sygnału wyjściowego od wejściowego. Dysponując kilkoma czwórnikami o znanych transmitancjach można obliczyć np. wypadkową transmitancję kaskadowego ich połączenia, co jest częstym przypadkiem spotykanym w praktyce (rysunek 12). Jest ona równa iloczynowi



Rysunek 13. Wyznaczenie transmitancji dwóch czwórników – dzielników rezystorowych

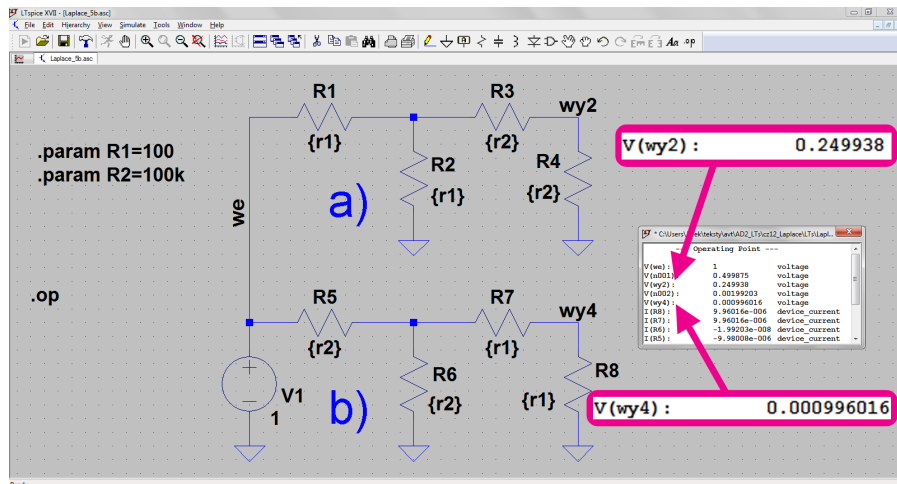
transmitancji poszczególnych czwórników. Dla układu z rysunku 12 transmitancja wypadkowa będzie równa $H(s)=H_1(s)*H_2(s)$. Ale uwaga: transmitancja każdego czwórnika jest liczona przy założeniu, że nie jest on niczym obciążony. W układzie z rysunku 12 oznacza to, że oporność wejściowa czwórnika o transmitancji $H_2(s)$ musi być wielokrotnie wyższa niż oporność wyjściowa poprzedzającego czwórnika $H_1(s)$.

Sprawdźmy to dla przykładu czwórników tworzących rezystorowe dzielniki napięciowe. Pierwszy składa się z rezystorów 100 Ω, drugi ma rezystory 100 kΩ (rysunek 13). Transmitancje tych czwórników są równe:

$$H_1(s) = \frac{r_1}{r_1 + r_1} = \frac{100}{100 + 100} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$H_2(s) = \frac{r_2}{r_2 + r_2} = \frac{100k}{100k + 100k} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Przy połączeniu kaskadowym czwórników transmitancja powinna być równa $H(s)=0,5*0,5=0,25$. Sprawdźmy to dołączając czwórnik z rezystorami $r_2=100$ kΩ do czwórnika z rezystorami $r_1=100$ Ω (rysunek 14a), a następnie zamieniając kolejność czwórników (rysunek 14b).



Rysunek 14. Wpływ kolejności połączenia czwórników na transmitancję wypadkową

W pierwszym przypadku rzeczywiście uzyskaliśmy wynik bliski 0,25 – dokładnie 0,249938, ale w drugim napięcie wyjściowe stanowi zaledwie 0,000996016 napięcia wejściowego (sic!). Na takie detale warto zwracać uwagę podczas analizy układów elektronicznych, gdyż uzyskiwane wyniki mogą czasami wprowadzać nas w zakłopotanie. A w kolejnym odcinku wrócimy do metod Monte Carlo.

Jarostaw Doliński, EP

KAP

Dzięki uprzejmości firmy Farnell, mamy dla czytelników EP płytkę ewaluacyjną Arduino Uno, wyposażoną w mikrokontroler ATmega328. Płytkę ma 14 wejść/wyjść cyfrowych (z których 6 może być wykorzystanych jako wyjścia PWM), 6 wejść analogowych, złącze USB, złącze zasilające i wszystkie elementy potrzebne do rozpoczęcia pracy z mikrokontrolerem. Dzięki wgranemu bootloaderowi, do programowania nie jest potrzebny zewnętrzny programator.

Jednak najważniejszą cechą płytek rodziny Arduino jest ich kompatybilność ze środowiskiem Arduino IDE. Dzięki temu mnóstwo modułów i liczne biblioteki mogą być w łatwy sposób uruchamiane na płytkach ewaluacyjnych.

Podstawowe cechy zestawu:

- mikrokontroler ATmega328,
- 14 cyfrowych pinów I/O (w tym 6 z PWM) oraz 6 wejść analogowych,
- pamięć Flash 16 kB, z czego 2 kB wykorzystywane jest przez bootloader,
- SRAM 2 kB, EEPROM 1 kB,
- częstotliwość taktowania 16 MHz,
- zasilanie poprzez USB lub za pomocą zewnętrznego zasilacza.

Klub Aplikantów Próbek to inicjatywa redakcji „Elektroniki Praktycznej”. W kontaktach z firmami redakcja często otrzymuje do przetestowania próbki podzespołów, modułów, a nawet całych urządzeń elektronicznych. Są to zwykle najnowsze typy/modele produktów na rynku. Z chęci podzielenia się z Czytelnikami tymi próbkami zrodziła się inicjatywa pod nazwą Klub Aplikantów Próbek.

Członkiem KAP może stać się każdy, kto zgłosi chęć przetestowania próbki. Wykaz i krótki opis próbek, którymi dysponuje redakcja EP, można znaleźć na stronie <http://ep.com.pl/nawosci/kap>. Wystarczy wybrać próbkę i zaplanować jej zastosowanie. Następnie należy wysłać wiadomość poprzez formularz kontaktowy, dostępny również na wspomnianej stronie, z prośbą o przesłanie bezpłatnej próbki, opisując swój pomysł oraz podając dane do wysyłki.

Mile widziane, choć nieobowiązkowe, jest też przystanie do redakcji EP opisu wykonanej aplikacji próbek. Najciekawsze opisy opublikujemy na naszej stronie <http://ep.com.pl> lub na łamach „Elektroniki Praktycznej”.

Z uwagi na ograniczoną liczbę dostępnych próbek i niemałe zainteresowanie nimi, warto opisać swój pomysł na projekt na naszym forum internetowym, w dziale poświęconym Klubowi Aplikantów Próbek <http://bit.ly/2qN28e>. Ponadto, by dodatkowo zwiększyć swoje szanse należy polubić fanpage „Elektroniki Praktycznej” na Facebooku (<http://bit.ly/2WygF09>) oraz udostępnić post, w którym opisujemy rozdawane próbki.

