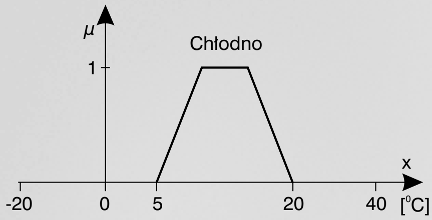
Układy rozmyte, część 1

Rozpoczynamy - trzeba przyznać niezbyt łatwy - kurs wprowadzający do Fuzzy Logic. Pomimo niezbyt zachęcającego do zgłębienia, na pierwszy rzut oka, natłoku teoretycznych rozważań, zawarte w naszym cyklu wiadomości są niezbędne do zrozumienia i biegłego posługiwania się rozmytymi sterownikami i narzędziami do projektowania algorytmów ich działania.
Zatem zaczynamy!

Powstanie interesującej i dziś bardzo szybko rozwijanej dziedziny matematyki i techniki rozmytej zawdzięczamy Lotfi Zadehowi, który wprowadził podstawowe pojęcia tej teorii. Za rok jej narodzin należy przyjąć rok 1964, w którym Lotfi Zadeh zdefiniował pojęcie zbioru rozmytego. Kamienie milowe znaczące rozwój tej teorii to: koncepcja zbioru rozmytego, zbiory rozmyte a miary prawdopodobieństwa, zmienne lingwistyczne i wnioskowanie przybliżone, rozmyte programowanie dynamiczne i podejmowanie decyzji, rozmyta interpretacja języka, rozmyta algebra, rozmyte procesy stochastyczne i inne prace matematyczne. Twórcy logiki rozmytej (ang. fuzzy logic) powołują się na polskiego matematyka Łukasiewicza, który pierwszy wprowadził logikę wielowartościową.



Rys. 1. Funkcja przynależności.

Praktyczne zastosowanie idei logiki rozmytej nastąpiło po dziesięciu latach od historycznej pracy Zadeha. Zawdzięczamy je E.H. Mamdaniemu, który zbudował i opisał w 1975 r. prosty układ sterowania. Od tej chwili ruszyło wiele prac konstrukcyjnych i teoretycznych dotyczących doboru reguł sterowania i parametrów sterownika. Powstały systemy samoorganizujące się, systemy człowiek-maszyna, których pięknym przykładem jest zbudowany przez japończyków helikopter sterowany głosem, rozumiejący polecenia takie jak „leć trochę wyżej“, „skręć nieco w lewo“, itp.

Logika rozmyta stopniowo wchodzi także do urządzeń powszechnego użytku, takich jak pralki, odkurzacze, odbiorniki radiowe i telewizyjne. Systemem ogniskowania niektórych modeli kamer Cannon zarządza układ rozmyty, który samodzielnie decyduje co jest obiektem filmowania i odpowiednio ustawia ostrość. W latach 1988-90 japończycy opracowali i wprowadzili do produkcji (firma Omron) pierwszy rozmyty mikroprocesor FP1000. Od tej pory rozmyte układy scalone torują sobie coraz śmielej drogę na rynek, chociaż z pewnym trudem upowszechniają się, gdyż inżynierowie nie znają podstaw nowej techniki. Niniejszy artykuł ma na celu rozszerzyć wiadomości Czytelników na ten temat. Opisy produkowanych układów, kart do komputerów PC, specjalistycznego oprogramowania i zastosowań zamieścimy w następnych numerach EP.

Pojęcie zbioru rozmytego i zmiennej lingwistycznej

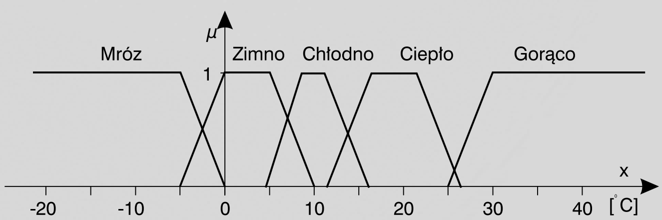
W klasycznej teorii zbiorów obowiązują m.in. dwa prawa: prawo niesprzeczności i prawo wyłączonego środka. Inaczej mówiąc, każdy element należy albo do zbioru, albo do jego dopełnienia. Nie może należeć do obu naraz.

Jeśli mamy np. pojęcia: *dzień* i *noc*, to one się wzajemnie wykluczają. Temperatura otoczenia może być tylko albo *ujemna*, albo *nieujemna*.

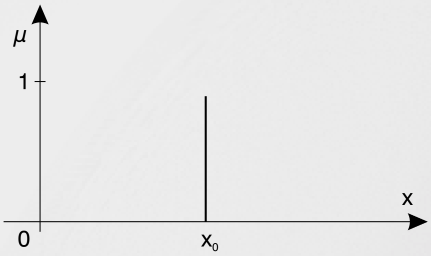
W teorii zbiorów rozmytych przyjmuje, że element może należeć częściowo do zbioru jak i do jego dopełnienia. Stopień przynależności elementu x do zbioru A określa funkcja przynależności, oznaczana zwykle $m_A(X)$, o wartościach w przedziale [0,1].

Zbiory rozmyte opisują najczęściej pojęcia lingwistyczne używane często w życiu codziennym jak np. „chłodno“, „gorąco“.

Na **rys. 1** znajduje się przykład funkcji przynależności dla zbioru rozmytego „chłodno“, określonego w przestrzeni temperatur (np. -40..+50°C). Sytuacja, gdy $m_A(X)=1$ oznacza pełną przynależność elemen-



Rys. 2. Funkcje przynależności dla zmiennej lingwistycznej “temperatura”.



Rys. 3. Rozmyty singleton.

tu x do zbioru A. Sytuacja, gdy $m_A(X)=0$ oznacza brak tej przynależności.

Zmienne lingwistyczne

Pojęcie zmiennej lingwistycznej, zawdzięczane Zadehowi jest w zasadzie proste i intuicyjne, chociaż formalizm matematyczny jest dość skomplikowany, w związku z czym - przynajmniej w tej części prezentacji tematu - pominiemy go. Pojęcie to wyjaśnimy na przykładzie.

Poprzednio podawaliśmy przykład zbioru rozmytego „chłodno" nad przestrzenią temperatur. W potocznej mowie posługujemy się takimi pojęciami jak „zimno" i "gorąco". Możemy utworzyć zmienną lingwistyczną o nazwie *temperatura*, rozbudowując powyższy przykład następująco:

- *x* - temperatura - nazwa zmiennej lingwistycznej,
- *X* - przestrzeń temperatur, czyli przedział [-20,+40]^{0}C,
- {*Mróz, Zimno, Chłodno, Ciepło, Gorąco*} - wartości zmiennej lingwistycznej, przy czym:
  - dla temperatur [-20,0] zmienna lingwistyczna przyjmuje wartość „mróz",
  - dla temperatur [-5,10] zmienna lingwistyczna przyjmuje wartość „zimno",
  - dla temperatur [5,20] zmienna lingwistyczna przyjmuje wartość „chłodno",
  - dla temperatur [15,30] zmienna lingwistyczna przyjmuje wartość „ciepło",
  - dla temperatur [25,40] zmienna lingwistyczna przyjmuje wartość „gorąco".

Założymy, że funkcje przynależności poszczególnych zbiorów rozmytych: „mróz"..."gorąco" mają kształt trapezowy o parametrach odpowiednio dobranych dla powyższych zbiorów, jak to pokazano na **rys. 2**.

Jak widać w przykładzie, dana wartość zmiennej *x* może należeć jednocześnie do kilku zbiorów rozmytych, z różnym stopniem przynależności. Na przykład temperatura 14^{0}C należy do zbioru „chłodno" ze stopniem przynależności 0,4 i zbioru „ciepło" ze stopniem przynależności 0,6. Proces wyznaczania nazw zbiorów i stopni przynależności dla danego *x* nazywa się *fuzzyfikacją*.

Podobnie wzrost człowieka, poziom wody w zbiorniku, możemy traktować jako zmienną lingwistyczną wprowadzając wartości lingwistyczne: „niski", „średni", „wysoki" oraz określając odpowiednie funkcje przynależności.

Operacje na zbiorach rozmytych

Wprowadźmy jeszcze kilka przydatnych pojęć. *Nośnikiem* (ang. support) zbioru rozmytego *A* nazywamy zbiór wartości *x*, dla których funkcja przynależności jest nieujemna ($m_A(x)>0$). Dla przykładu, nośnikiem zbioru „chłodno" jest przedział temperatur [5,20]^{o}C.

Zbiór rozmyty, który stanowi jeden punkt x_0 z wartością m(x)<1, nazywamy rozmytym *singletonem*. Wynikiem wnioskowania dla niektórych procesorów rozmytych są singletony (**rys. 3**).

Bardzo ważne jest pojęcie operacji na zbiorach rozmytych. Najważniejsze są trzy z nich, które przedstawiamy poniżej.

Dopełnienie zbioru A, to zbiór rozmyty $\bar{A}$ o funkcji przynależności:

$$m_{\bar{A}}(x) = 1 - m_A(x)$$

Suma logiczna (ang. union) zbiorów A i B o funkcjach przynależności $m_A(x)$, $m_B(x)$, to zbiór rozmyty C o funkcji przynależności stanowiącej maksimum (**rys. 4**):

$$m_C(x) = max(m_A(x), m_B(x))$$

Iloczyn logiczny (ang. intersection), to zbiór rozmyty C o funkcji przynależności równej minimum (**rys. 5**):

$$m_C(x) = min(m_A(x), m_B(x))$$

Te trzy operacje łącznie z metodami wnioskowania i defuzzyfikacji są podstawą teorii działania układów i mikroprocesorów rozmytych.

Wnioskowanie przybliżone

Pierwsze zasady wyciągania wniosków z przesłanek zostały sformułowane już w III w. pne. Były to zasady *modus ponens* i *modus tollens*. W systemie logiki rozmytej i metodach wnioskowania przybliżonego (ang. approximate reasoning) odgrywają one również ważną rolę, ale w postaci uogólnionej:

uogólniona reguła modus psonens

przesłanka 1: x jest A
przesłanka 2: jeśli x jest A to wtedy y jest B
----
wniosek: y jest B

uogólniona reguła modus tollens

przesłanka 1: y jest B
przesłanka 2: jeśli x jest A to wtedy y jest B
----
wniosek: x jest A

gdzie x, y są zmiennymi lingwistycznymi, a A i B są zbiorami rozmytymi. *Modus ponens* polega na wnioskowaniu w przód, tzn. z przyczyny wnioskujemy o skutkach. Niech *przesłanką 1* będzie: temperatura wody w kotle CO jest wysoka. *Przesłanka 2* niech stanowi regułę sterowania: jeśli temperatura jest wysoka to zmniejsz dopływ gazu. Wtedy wnioskiem jest decyzja o zmniejszeniu dopływu gazu.

Przykładem wnioskowania typu *modus tollens*, polegającego na wnioskowaniu w tył, jest np. sytuacja diagnostyczna:

Przesłanka 1: Jasio nie ma gorączki i zaczerwienionego gardła.

Przesłanka 2: jeśli ktoś ma anginę, to ma gorączkę i zaczerwienione gardło.

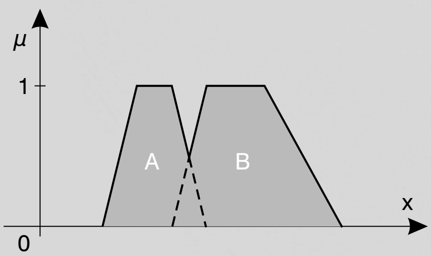
Wniosek: Jasio nie ma anginy.

Typów wnioskowania przybliżonego jest więcej, ale nie będą tu omawiane.

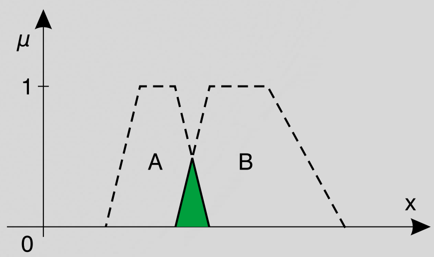
Bohdan S. Butkiewicz

Internetowa strona „guru" Fuzzy Logic znajduje się pod adresem: http://http.cs.berkeley.edu/People/Faculty/Homepages/zadeh.html.

Więcej informacji można znaleźć także pod adresami:
http://www.cms.dmu.ac.uk/~rij/fuzzy.html
http://www.abo.fi/~rfuller/fuzs.html
http://www.ncrg.aston.ac.uk/NN/software.html



Rys. 4. Suma logiczna.



Rys. 5. Iloczyn logiczny.